Proposição de problemas colaborativos online: um estudo preliminar

Arthur D. Powell¹ – Rutgers University powellab@andromeda.rutgers.edu Leo Akio Yokoyama² – Uniban / CAp UFRJ leo@cap.ufrj.br

Resumo

Este estudo preliminar é parte de uma pesquisa maior sobre o desenvolvimento de ideias matemáticas e raciocínios de estudantes do Ensino Médio que colaboram entre si, engajados na proposição de problemas matemáticos de determinadas situações, dentro de um ambiente online de comunicação—Virtual Math Teams (VMT). Neste estudo, estamos interessados em entender de que forma os problemas propostos pelos estudantes surgem a partir de suas reflexões sobre objetos e relações entre eles. Encontramos que os estudantes observaram principalmente objetos geométricos, as relações entre padrões numéricos e objetos geométricos, propuseram novos problemas a partir das interações entre os colegas e a partir da resolução de outros problemas.

Palavras-chave: Proposição de Problemas, Ambiente virtual, VMT, Colaboração.

Online collaborative problems posing: a preliminary study

Abstract

This preliminary study is part of a larger investigation on secondary students' development of mathematical ideas and reasoning while they collaborate and are engage in problem posing in an online environment—Virtual Math Teams (VMT). In this study, we are interested in understanding the form of problems that students pose that result from their reflection on objects and relations among objects. We found that students observed principally geometric objects and relations among patterns of numbers and geometric objects, they proposed new problems through their collaborative interactions and through solving other, related problems.

Key words: Problem posing, virtual environments, VMT, collaboration

Introdução

A principal atividade em Matemática é a *proposição de problemas*. Dada uma determinada situação (do cotidiano ou não), procura-se destacar elementos e objetos que possam se relacionar. A partir daí começam a surgir questionamentos sobre: as dinâmicas entre as relações, os tipos dessas relações, a existência de padrões, propriedades geométricas, como alcançar um determinado objetivo, etc. Esta atividade central, um hábito, um costume da mente dos matemáticos, envolve não apenas respostas corretas.

¹ Professor Dr. da Rutgers University em Newark, New Jersey, nos EUA.

² Doutorando em Educação Matemática pela UNIBAN e Professor efetivo do Colégio de Aplicação da UFRJ.

mas sim *perguntas* "corretas". Propor problemas engaja um indivíduo ou um grupo de indivíduos a uma atividade pessoal ou social que implica uma apropriação. Os problemas emergem de dentro do indivíduo, não impostos pelo meio externo e manifestam tentativas do indivíduo de compreender o seu mundo. No processo, ele opera sobre e modifica mesmo as coisas que está tentando compreender.

O significado disso e da proposição de problemas na Matemática foi primeiramente introduzido pelos Brown e Walter (1983/2005), e eles ofereceram estratégias para a reformulação de problemas para gerar novos problemas. Apesar da centralidade da proposição de problemas para a Matemática, Silver et al. (1996) afirmaram há quase uma década e meia: "não têm existido muita investigação sistemática sobre proposição de problemas como um processo cognitivo que envolve a criação de um problema a partir de uma situação ou uma experiência" (p. 294, traduzida). Desde então, têm sido feitas discussões e investigações sobre a proposição de problemas (ENGLISH, 1997; MENDONÇA-DOMITE, 1999; CAI; CIFARELLI, 2005; SILVER; CAI, 2005; DOMITE, 2009). Entretanto, ausentes na literatura são os estudos que tratam da proposição de problemas em ambientes virtuais como de comunicação online, onde indivíduos colaboram em pequenos grupos para apresentar e resolver seus problemas propostos.

Usando uma atividade nossa e uma de Silver *et al.*, (1996), nosso estudo é uma tentativa de contribuir com conhecimentos sobre proposição de problemas em ambientes virtuais. Este estudo é preliminar baseia-se em três características relevantes: (1) envolver estudantes da 1ª e 2ª séries do Ensino Médio, com professores acompanhando; (2) engajar alunos na atividade de *proposição de problemas* em colaboração, através de uma plataforma online de comunicação a distância; (3) antes deles proporem os problemas, pedir a estudantes que reflitam sobre os objetos matemáticos e as relações que possam existir entre esse objetos. Para este estudo preliminar, estamos interessados em entender de que forma os problemas propostos pelos estudantes surgem a partir de suas reflexões sobre objetos e relações entre eles.

Perspectiva teórica

O estudo de relações é o que distingue a Matemática das outras disciplinas. Neste sentido, Gattegno (1987, p. 13-14, traduzida) vê a Matemática como "uma conquista da mente a trabalhar sobre si mesma":

Ninguém dúvida que a Matemática se sustenta por si mesma, é o mais claro dos diálogos da mente consigo mesma. Matemática é criada por matemáticos conversando primeiro consigo mesmo e entre si. ...esses diálogos podem se misturar com outros diálogos que se referem à percepção da realidade considerada que existe independente do Homem,.... Com base da tomada de consciência que relações podem ser percebidas tão facilmente como objetos, a dinâmica que liga os diferentes tipos de relações foram extraídas pela mente dos matemáticos e consideradas por si mesmas.

Ele argumenta uma visão psicológica sobre a natureza da Matemática. Ela é baseada nas ações mentais—especificamente na tomada de consciência—que indivíduos derivam das suas interações dialógicas com suas experiências. A mente tem a facilidade natural para perceber ou tomar consciência de objetos e relações que encontra. Além disso, ela pode também tomar consciência de relações que conectam relações. Isto é, por exemplo, a conexão que se percebe entre dois processos: (a) elevar 2 a potências inteiras consecutivamente crescente e (b) o processo multiplicativo de dobrar. Em cada um destes processos, temos uma relação—elevando a uma potência e dobrando—um objeto (o 2) e os objetos implícitos (... $\frac{1}{8}$, $\frac{1}{4}$, $\frac{1}{2}$, 1, 2, 4, 8...) (POWELL; LÓPEZ, 1995). Na visão de Gattegno sobre o desenvolvimento dialógico e psicológico da Matemática, há três categorias do conteúdo da experiência humana, sobre a qual a disciplina está construída: objetos, relações entre eles, e dinâmicas ligando as diferentes relações. 3 O estudo de relações que conectam relações é o que distingue o trabalho de matemáticos de outros cientistas.

Objetos são os elementos primários sobre os quais relações são percebidas. É importante notar que os objetos da Matemática certamente incluem números, estruturas, mudanças e formas. Entretanto, objetos matemáticos podem incluir outros tipos como as cordas que pescadores usam para fazer redes, materiais de tecelagem de cesteiros, pontos

.

³ Outros pesquisadores em Educação Matemática também focam especialmente em como estudantes lidam com objetos matemáticos. Veja, por exemplo, Alcock e Simpson (2002), que exploraram uma tríade de alunos e suas abordagens de raciocínio matemático das definições em termos de como as tratam, o que Alcock e Simpson chamam de *objetos específicos*, como uma estrutura para compreender dificuldades da experiência dos alunos na transição do estudo da matemática escolar para a Análise Real.

na areia usados por contadores de histórias angolanos, ou pedrinhas e placas de madeira usadas por jogadores de *mancala*. As ideias matemáticas que emergem através de engajamento com estes tipos de objetos estão entre os tópicos que etnomatemáticos estudam (GERDES, 1993; D'AMBROSIO, 2001; POWELL; TEMPLE, 2001; GERDES, 2007). Além disso, pessoas usam linguagem ou signos (incluindo palavras, símbolos e notações) para descrever os objetos que consideram e as relações que observam entre os objetos e mesmo entre as relações. Contudo, as ideias matemáticas não são os signos; os signos são meramente dispositivos para representar e descrever as ideias matemáticas que as pessoas percebem ou possuem.

Indivíduos constroem ideias matemáticas nas suas mentes como consequência dos diálogos interiores ou os diálogos com outros sobre o conteúdo das suas experiências, nas quais procuram articular quais objetos veem e quais relações observam entre eles.

As observações sobre as relações são aprofundadas com o uso da escrita. Ela é um veículo que pode resultar numa produção colaborativa num cenário virtual e tem implicações no aprendizado da Matemática e no processo de ensino-aprendizagem em geral (POWELL; BAIRRAL, 2006). Como Powell e Bairral (2006) destacam, para a escrita ser eficaz "envolve reflexão crítica, preconiza processos colaborativos de diferentes dimensões e de tomada de consciência sobre as experiências individuais ou coletivas".

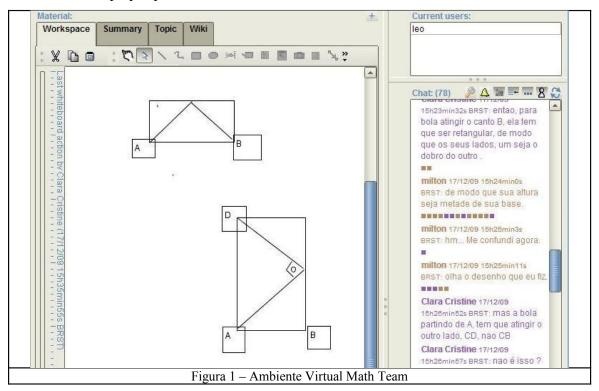
Método

Este experimento aconteceu ao longo do 2º semestre de 2009. Os estudantes que participaram eram do 1º e 2º anos do Ensino Médio do Colégio de Aplicação da Universidade Federal do Rio de Janeiro. Foram convidados alunos que sabiam ler e escrever em inglês, e que mostraram interesse no projeto. A exigência da língua inglesa se deve à participação deles em um outro projeto maior, chamado *e*Math, que envolveu estudantes americanos. A segunda exigência foi determinada pela nossa preocupação com a presença dos alunos nas sessões. Os seguintes alunos participaram: Bernardo, Bianca, Clara, Flavia, Isis, José, Luiza, Marina, Milton e Sônia. O que apresentaremos é parte deste projeto sobre o desenvolvimento de ideias matemáticas e raciocínios dos estudantes que colaboram entre si para resolverem problemas abertos em um ambiente

virtual. Os dados apresentados neste artigo são referentes ao trabalho, por parte dos alunos, de um total de cinco dias.

O ambiente virtual que utilizamos é o Virtual Math Teams (VMT), uma plataforma de comunicação à distância online onde é possível reunir um grupo de pessoas numa sala virtual. Esta sala é dividida em dois lados. No lado direito há três campos, um acima onde se encontram os participantes da sala, um campo para a leitura das escritas e um para digitar mensagens. No lado esquerdo há uma lousa branca (Workspace), com ferramentas elementares de escritas e desenhos, onde tudo o que os participantes criam e alteram nela todos os outros podem visualizar. Na parte de cima existem as abas: Workspace, Summary, Topic e Wiki. Tudo o que é produzido fica registrado e esse registro pode ser acessado por um aplicativo chamado Player. Os próprios participantes podem acessar o histórico de sua produção na lousa a qualquer momento através da barra à esquerda da lousa, e o histórico da escrita no seu próprio campo à direita. Na figura 1 tem-se um recorte ilustrativo de uma sala do VMT.

O aplicativo Player pode ser utilizado pelos pesquisadores ou professores para acessar toda a produção dos participantes exatamente como aconteceu em tempo real. Nós usamos o player para analisar os dados.



A primeira atividade do projeto tinha dois objetivos. Um deles era a ambientação no espaço VMT, para que os alunos se familiarizassem com o espaço de comunicação e suas ferramentas. E o outro objetivo foi envolver os alunos na proposição de problemas. A situação colocada aos alunos mostrava dois conjuntos de botões alinhados e um espaço vazio entre eles (Figura 2). É possível movimentar apenas um botão por vez usando um dos dois movimentos: (1) deslocando-o para um espaço vazio adjacente ao do botão; (2) fazendo-o pular sobre um outro botão de forma que pare num espaço vazio.



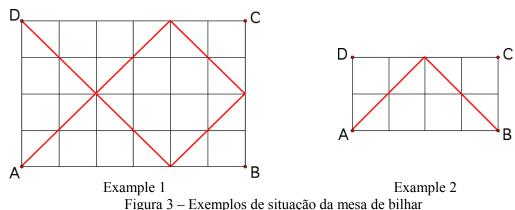
A atividade de ambientação foi dividida em 3 etapas. A primeira etapa pediu aos alunos para listarem os objetos que eles observavam. A segunda pediu as relações entre os objetos observados na primeira. Logo após, na terceira etapa, eles escreveram suas proposições baseadas nas relações identificadas, e depois tentaram resolvê-las. Nesta atividade os alunos interagiram entre si ao longo de 3 dias num total de duas horas e trinta minutos.

Uma segunda atividade foi realizada com apenas dois alunos, Milton e Clara, e durou dois dias num total de duas horas. Esta atividade chama-se The Billiard Task e foi dividida em quatro partes. As duas primeiras foram apresentadas em inglês, pois acreditávamos que os alunos não teriam dificuldades.

Nos exemplos da Figura 3 têm-se representadas duas mesas de bilhar. Uma bola sempre parte do canto A (canto esquerdo inferior), formando um ângulo de 45° em relação aos lados da mesa. Quando ela bate num lado, continua seu movimento saindo sempre num ângulo de 45°.

A primeira parte pedia aos alunos que descrevessem os objetos que observavam e as possíveis relações existentes entre eles. A segunda parte descrevia os dois exemplos acima e o que acontecia com as trajetórias das bolas. No primeiro exemplo a bola percorre uma mesa 6 x 4 e cai no canto D depois de 3 batidas nos lados. No exemplo 2 a

bola percorre uma mesa 4 x 2 e cai no canto B depois de uma batida no lado. Observando os exemplos, os alunos deveriam pensar em outras situações para mesas de outros tamanhos e escrever as questões que lhes vinham à mente, ajudando assim a elaborar proposições com base nas informações anteriores.



A terceira parte é um pouco mais específica do que a segunda, e foi apresentada em português. Nela foi pedido que os alunos pensassem em mesas de outros tamanhos e quais destas mesas fariam com que a bola caísse no canto A, no canto B, no canto C ou no canto D. A parte 4 foi lida juntamente com a parte 3. Nela pedia-se aos alunos que anotassem quaisquer outras questões que eventualmente surgissem ao realizar a parte 3.

Depois dos dois experimentos foi aplicado um questionário cujas respostas serão comentadas logo abaixo.

Resultados

O propósito do nosso estudo preliminar é, dada uma determinada situação, entender de que forma os problemas são propostos pelos alunos, a partir de suas reflexões sobre objetos e as relações entre eles. Com relação ao trabalho dos estudantes nas duas atividades propostas e o propósito de estudo, nossa análise indica cinco categorias de resultados. As primeiras duas tratam de como os estudantes perceberam os objetos e suas relações e surgiram durante a primeira parte da atividade. As duas seguintes descrevem como os estudantes encontraram novas relações entre os objetos durante a segunda parte da atividade. E a última categoria aponta como os alunos propuseram novos problemas influenciados por problemas dados e resolvidos por eles, durante as terceira e quarta partes da atividade.

Na primeira categoria de resultados, os objetos que os estudantes focaram eram aqueles mais visíveis, como figuras geométricas. Por exemplo, na situação dos botões, o grupo percebeu vários objetos, e Bernardo fez um resumo das observações escritas no chat colocando-o na lousa branca. Os objetos observados foram dois tipos de botões, os listrados e os quadriculados, sendo 4 de cada tipo, 9 espaços, um deles vazio e os outros com um botão cada.

1:There are two types of chips, one with stripes, and other with squares. Four chips of each type. There are nine spaces, one without any chip on it, and the other ones with one chip each.

jose 9/30/09 8:36:52 PM BRT: berna show to us your ideas berna.leao 9/30/09 8:37:15 PM BRT: the ideas (that i gathered from this chat) are on the board

De modo semelhante, na situação da mesa de bilhar, eles também observaram objetos visíveis, no caso, triângulos retângulos, segmentos de reta e quadriláteros. Clara observou 3 e Milton 5 triângulos retângulos e um quadrilátero.

Na segunda categoria, os estudantes observaram relações entre os objetos. As relações percebidas eram determinadas pelos tipos de padrão criados por eles. Na atividade da mesa de bilhar, Milton conseguiu observar uma relação entre a quantidade de triângulos e a quantidade de segmentos de reta. Para ele, cada segmento de reta é formado por duas diagonais dos quadradinhos. Observando a figura 3, ele notou que a mesa no exemplo 1 é 3 vezes maior do que a mesa no exemplo 2, com respeito às áreas e com respeito à quantidade de segmentos.

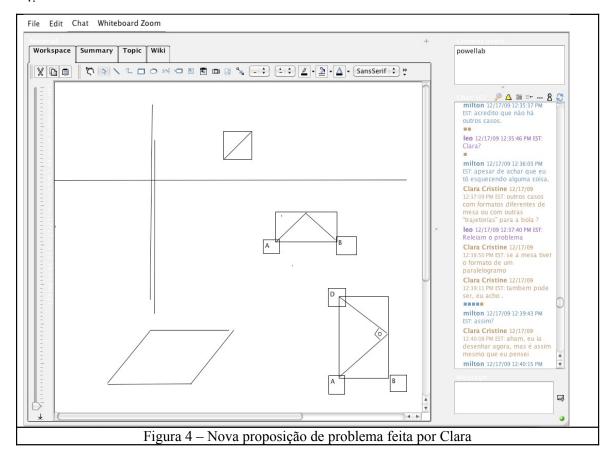
Na terceira categoria de resultados, os alunos, em suas interações discursivas, notaram outros objetos e relações entre eles. Na situação dos botões, Milton observa a função que tem o espaço vazio (ver figura 2). Ele questiona a existência deste espaço e propõe uma função para ele: diferenciar os dois tipos de botões.

milton 9/30/09 8:41:37 PM BRT: well, why there's a space there? Just to show us that there are differences between them?

Na mesa de bilhar, Milton encontra mais um objeto (tacadas) que seriam as batidas na mesa, e mais uma relação entre as tacadas dos dois exemplos (figura 3). O primeiro tem 3 tacadas e o segundo tem 1 tacada. Ele descobre um novo objeto e uma nova relação implicitamente.

Na quarta categoria de resultados, os participantes propõem um problema que é fruto da interação discursiva. Primeiramente os estudantes descreveram os objetos. Logo em seguida descreveram a relação de 1:3. Ao descobrir esta relação eles imediatamente objetivaram a busca de uma "próxima mesa", ou seja, queriam descobrir o próximo elemento que se encaixaria neste padrão. Porém eles não descreveram esta proposição explicitamente. Milton tem sua hipótese: "número de triângulos, de tacadas e área entre as figuras têm relação de 1:3." Mas percebe que ela não ocorre para o próximo retângulo 6x8, pois a área é 48.

Na quinta categoria de resultados, a experiência de resolver problemas influencia a proposição de novos problemas. Foi pedido aos alunos que pensassem em mesas de outros tamanhos e quais destas mesas fariam com que a bola caísse no canto A, no canto B, no canto C ou no canto D. Após a resolução destes problemas pelos alunos, Clara pensa na possibilidade do formato da mesa de bilhar ser um paralelogramo, surgindo assim uma nova proposição: "se a mesa tiver o formato de um paralelogramo". Ver figura 4.



Discussão

Neste estudo preliminar, estudantes do ensino médio colaboraram através de um ambiente virtual em dois momentos distintos para propor problemas matemáticos, cada vez com uma situação bastante complexa. Também, em cada momento antes de propor problemas, foram convidados a atentar sobre os objetos e as relações entre eles que pudessem perceber. Depois disso, na primeira situação, a proposição de um problema matemático ocorreu (Como fazer para que todas as fichas da esquerda trocassem de posição com as da direita?), e em seguida os estudantes resolveram-no. Na segunda situação, a fase de proposição de problemas matemáticos aconteceu antes, durante, e depois de terem resolvido um problema dado. Essa situação, mas não a primeira parte da tarefa, foi a mesma que Silver et al. (1996) usaram no seu estudo de proposição de problemas matemáticos no qual eles investigaram quais tipos de problemas os seus participantes criaram. No nosso caso, investigamos não quais tipos de problemas, mas como os problemas foram propostos. Poderíamos inquirir nisso porque não só o trabalho final, mas também a interação toda online de nossos participantes foi registrada e arquivada pelo sistema virtual que usamos. Tendo esse registro, possibilita-nos repassar e rever detalhadamente as interações discursivas online dos nossos participantes em tempo real.

Embora nosso estudo seja limitado e preliminar, os resultados ilustram processos cognitivos na proposição de problemas matemáticos e a importância de mais pesquisa nesta área. Dos resultados, encontramos indicações que os estudantes são dispostos a perceber objetos matemáticos que são visíveis numa figura e não, por exemplo, os que são mencionados no texto que descreve uma situação. Vemos que os estudantes usaram padrões entre objetos para encontrar relações. De acordo com resultados de Silver *et al.* (1996), resolver um problema matemático associado a determinada situação parece influenciar na proposição de novos problemas matemáticos pelos participantes. Além disso, descobrimos que os participantes propõem problemas que são frutos da sua interação discursiva.

Queremos terminar dando palavra a dois participantes no projeto que, respondendo a um questionário, escreveram o seguinte acerca do ambiente virtual, VMT:

é interessante porque ela lida com o que o mundo jovem se interessa atualmente que é o setor de informática e tecnologia. Desta forma, com o ambiente virtual, podemos dinamizar o ensino convencional da matemática (Flavia).

e da proposição de problemas matemáticos:

é importante no que tange à ideia de praticar o pensamento matemático e perceber padrões, realizando, assim, cálculos para encontrar respostas para nossas eventuais perguntas...pois assim podemos interagir com outros alunos, trocar ideias. Sem falar que fica muito menos aquele clima de sala de aula. Acaba se tornando um ambiente mais descontraído (Milton).

As falas de Flavia e Milton representam as opiniões dos alunos acerca do ambiente virtual e da proposição de problemas matemáticos. Para os jovens, o ambiente virtual faz parte do dia-a-dia deles e apreciam a ideia de incluí-lo na vida acadêmica. Gostam da dinâmica de interação sobre a Matemática que o VMT possibilita, que é uma dinâmica diferente do ensino tradicional.

Os alunos perceberam que a Matemática pode ser vista de uma outra maneira, que envolve o pensar matemático, a percepção de padrões, a formulação de problemas próprios e a criação de procedimentos para resolver seus problemas. Eles manifestam interesse em interagir com outros alunos e trocar ideias matemáticas. Durante as interações no VMT, destacam ainda que, diferentemente da sala de aula tradicional, se sentem mais a vontade, menos tensos, menos rígidos.

Essas observações são importantes para podermos refletir sobre nossas práticas didático-pedagógicas. A importância de mais pesquisa sobre a proposição de problemas é relacionada a um dos possíveis propósitos na Educação Matemática. Queremos encontrar caminhos na sala de aula para que os alunos possam não só reproduzir procedimentos em resposta a problemas dados, mas também atuar como matemáticos e expressar as suas visões matemáticas (LOCKHARD, 2009).

No nosso estudo preliminar surgiram novas questões que podem ser investigadas. Duas destas questões são quais contribuições as novas tecnologias de comunicação trazem à proposição de problemas e, até que ponto a experiência de propor problemas facilita alunos a engajarem na modelagem (BARBOSA, 2006) e fazerem trabalhos de conclusão de cursos de engenharia (GOMES, 2009).

Agradecimentos

Agradecemos a participação dos alunos do Colégio de Aplicação da UFRJ e seus responsáveis pela disponibilidade que tiveram em participar no projeto de pesquisa, *e*Math.

Referências

- ALCOCK, L.; SIMPSON, A. Definitions: Dealing with categories mathematically. For the Learning of Mathematics, v. 22, n. 2, p. 28-34, 2002.
- BARBOSA, J. C. Mathematical modelling in classroom: A socio-critical and discursive perspective. *ZDM The International Journal on Mathematics Education*, v. 38, n. 3, p. 293-301, 2006.
- BISHOP, A. J. Mathematics education in its cultural context. *Educational Studies in Mathematics*, v. 19, p. 179-191, 1988.
- BROWN, S. I.; WALTER, M. I. *The art of problem posing*. 3. ed. Mahwah, NJ: Lawrence Erlbaum Associates, 1983/2005.
- CAI, J.; CIFARELLI, V. Exploring mathematical exploration: How two college students formulated and solved their own mathematical problems. *Focus on Learning Problems in Mathematics*, v. 27, n. 3, p. 43-72, 2005.
- D'AMBROSIO, U. Etnomatemática: elo entre as tradições e a modernidade [Ethnomathematics: Link between tradition and modernity]. Belo Horizonte, MG: Autêntica, 2001.
- DOMITE, M. D. C. Formulação de problemas e educação matemática: a quem compete? *Revista Movimento, Revista da Faculdade de Educação da Universidade Federal Fluminense*, n. 14, p. 14-30, 2009.
- ENGLISH, L. D. The development of fifth-grade children's problem-posing abilities. *Educational Studies in Mathematics*, v. 34, n. 3, p. 183-217, 1997.
- GATTEGNO, C. *The science of education: Part 1: Theoretical considerations*. New York: Educational Solutions, 1987.
- GERDES, P. Vivendo a matemática: Desenhos da África. São Paulo: Scipione, 1993. (Vivendo a matemática).

_____. African basketry: a gallery of twill-plaited designs and patterns. Morrisville, NC: Lulu.com, 2007.

GOMES, G. H. *A Matemática em um curso de Engenharia: vivenciando culturas*. (2009). Doctoral thesis (Ph.D.) - Programa de Estudos Pós-Graduados em Educação Matemática, Pontificia Universidade Católica de São Paulo, São Paulo, 2009.

LOCKHARD, P. A mathematician's lament: how school cheats us out of our most fascinating and imaginative art form. New York: Bellevue Literary Press, 2009.

MENDONÇA-DOMITE, M. D. C. Resolução de problemas pede (re)formulação. In: ABRANTES, P. *et al* (Ed.). *Investigações matemáticas na sala de aula e no currículo*. Lisboa: Associação dos Professores de Matemática-Projecto MPT, 1999. p. 15-34.

POWELL, A. B.; BAIRRAL, M. A. A escrita e o pensamento matemático: interações e potencialidades. Campinas, São Paulo: Papirus, 2006.

POWELL, A. B.; LÓPEZ, J. A. A escrita como veículo de aprendizagem da matemática: estudo de um caso. *Boletim GEPEM (Publicação do Grupo de Estudos e Pesquisas em Educação Matemática)*, n. 33, p. 9-41, 1995.

POWELL, A. B.; TEMPLE, O. L. Seeding ethnomathematics with *oware*: *Sankofa*. *Teaching Children Mathematics*, v. 7, n. 6, p. 369-375, 2001.

SILVER, E. A.; CAI, J. Assessing students' mathematical problem posing. *Teaching Children Mathematics*, v. 12, n. 3, p. 129-135, 2005.

SILVER, E. A. *et al.* Posing mathematical problems: an exploratory study. *Journal for Research in Mathematics Education*, v. 27, n. 3, p. 293-309, 1996.

Artigo submetido em 02/02/2011, aprovado em 30/07/2011