

Problemas contextualizados: tradução de enunciados para a linguagem matemática e processos cognitivos que possibilitam resolvê-los

Contextualized problems: translation of statements into mathematical language and cognitive processes that make it possible to solve them

Problemas contextualizados: traducción de enunciados al lenguaje matemático y procesos cognitivos que permiten resolverlos

Gabriel Loureiro de Lima

Pontifícia Universidade Católica de São Paulo
gllima@pucsp.br
<https://orcid.org/0000-0002-5723-0582>

Barbara Lutaif Bianchini

Pontifícia Universidade Católica de São Paulo
barbara@pucsp.br
<https://orcid.org/0000-0003-0388-1985>

Eloiza Gomes

Instituto Mauá de Tecnologia
eloiza@maua.br
<https://orcid.org/0000-0002-1217-9904>

RESUMO

Neste artigo, fruto de uma pesquisa bibliográfica, realizada a partir de textos de autoria ou coautoria da mentora da Teoria A Matemática no Contexto das Ciências (TMCC), Patricia Camarena Gallardo, explicitam-se os subsídios teóricos e os procedimentos metodológicos empregados em estudos cognitivos no âmbito da TMCC tendo como foco a compreensão de aspectos relativos às traduções para a linguagem matemática de enunciados de problemas contextualizados e os processos cognitivos que possibilitam aos estudantes resolver problemas deste tipo, evidenciando também como pesquisas com estas orientações vinculam-se aos fatores que dão condições para a aprendizagem significativa, na acepção de David Ausubel. Dentre os principais resultados destacam-se a articulação dessas pesquisas com fatores internos cognitivos, fatores externos e a articulação, nestes estudos, da teoria de Ausubel com as ideias de Victor Cifarelli e de Gerald Goldin (no caso representações mentais), de Raymond Duval e Claude Janvier (tradução de enunciados).

Palavras-chave: Teoria A Matemática no Contexto das Ciências. Fase Cognitiva. Problemas Contextualizados. Tradução de Enunciados. Processos Cognitivos.

ABSTRACT

This article is the result of a bibliographical research, based on texts authored or coauthored by Patricia Camarena Gallardo, the mentor of Theory Mathematics in the Context of Sciences (TMCC), theoretical subsidies and methodological procedures used in cognitive studies within the scope of TMCC are made explicit, focusing on the understanding of aspects related to the translation of contextualized problem statements into mathematical language and the cognitive processes that enable students to solve problems of this type, also showing how studies with these guidelines are linked to factors that provide conditions for meaningful learning, according to David Ausubel. Among the main results are the articulation of these studies with internal cognitive factors and external factors and the articulation, in these studies, of Ausubel's theory with the ideas of Victor Cifarelli and Gerald Goldin (in the case of mental representations), of Raymond Duval and Claude Janvier (translation of statements).

Keywords: *Theory Mathematics in the Context of Sciences. Cognitive Phase. Contextualized Problems. Translation of Statements. Cognitive Processes.*

RESUMEN

En este artículo, fruto de una investigación bibliográfica, realizada a partir de textos de autoría o coautoría de la mentora de la Teoría de la Matemática en el Contexto de la Ciencias (TMCC), Patricia Camarena Gallardo, son explicitados los subsidios teóricos y los procedimientos metodológicos utilizados en los estudios cognitivos en el contexto de la TMCC, centrándose en la comprensión de los aspectos relacionados con las traducciones al lenguaje matemático de los enunciados de los problemas contextualizados y los procesos cognitivos que permiten a los estudiantes resolver problemas de este tipo, mostrando también cómo la investigación con estas directrices están vinculadas a los factores que proporcionan condiciones para el aprendizaje significativo, según David Ausubel. Entre los principales resultados están la articulación de estas investigaciones con factores cognitivos internos, factores externos y la articulación, en estos estudios, de la teoría de Ausubel con las ideas de Victor Cifarelli y Gerald Goldin (en el caso de las representaciones mentales), de Raymond Duval y Claude Janvier (traducción de enunciados).

Palabras clave: *Teoría de la Matemática en el Contexto de la Ciencias. Fase cognitiva. Problemas contextualizados. Traducción de declaraciones. Procesos cognitivos.*

Introdução

Desde 2015 temos realizado investigações acerca do ensino e da aprendizagem de Matemática em cursos de graduação que não têm por objetivo formar matemáticos e nem professores de Matemática, mas profissionais que empregarão as ferramentas desta ciência em seus futuros cotidianos de trabalho. Tais investigações têm sido subsidiadas pela Teoria A Matemática no Contexto das Ciências (TMCC), referencial que teve seu desenvolvimento iniciado nos primeiros anos da década de 1980, no Instituto Politécnico

Nacional do México, pela pesquisadora Patricia Camarena Gallardo que continuou ampliando-o e refinando-o até seu falecimento em setembro de 2020.

Como salienta Camarena (2021), a TMCC insere-se na Matemática Social, uma linha de pensamento – tendência ideológica estabelecida por meio da conduta ou comportamento devido a uma ou mais ideias específicas do âmbito de trabalho dos membros de uma comunidade – e uma linha de investigação científica multidisciplinar que aborda questões relacionadas ao ensino e à aprendizagem de Matemática por meio de uma visão holística e abrangente, assumindo que em tais questões incidem fatores relacionados a diferentes áreas do conhecimento, entre as quais: Educação, Psicologia, Sociologia, Antropologia, Filosofia e Matemática. A Matemática Social nasceu também no início da década de 1980 no Instituto Politécnico Nacional do México “como uma resposta à necessidade de abordar a falta de compreensão que os estudantes têm da Matemática” (CAMARENA, 2021, p. 36). Do ponto de vista epistemológico, a Matemática Social

pode ser epistemologicamente caracterizada como um campo de pensamento que rompe claramente com os conhecimentos habituais em relação ao ensino e à aprendizagem da Matemática e ao desenvolvimento das competências matemáticas da profissão, em carreiras nas quais a Matemática não é um objetivo em si mesma (CAMARENA, 2021, p. 43).

Assume-se então, no âmbito da Matemática Social, que o processo educacional é composto por cinco blocos: Professor, Epistemologia, Cognição, Didática e Currículo. Esses blocos, embora nem sempre sejam explícitos, estão sempre presentes no ambiente de aprendizagem. A partir desta ideia, estrutura-se a TMCC em cinco fases: curricular, epistemológica, didática, docente e cognitiva.

Segundo Camarena (2021), por meio das fases da TMCC abordam-se, sob diferentes perspectivas, questões inerentes ao ensino e a aprendizagem da Matemática em cursos aos quais essa ciência está a serviço. Em cada uma das fases há subsídios teóricos e metodológicos a serem considerados, estando estes em consonância aos paradigmas assumidos no âmbito da TMCC, a saber: (i) em cursos que não visam formar matemáticos, a Matemática é uma ferramenta e uma disciplina formativa; (ii) a Matemática tem uma função específica em cada nível educacional; e (iii) o conhecimento nasce integrado. Na esfera das diferentes fases da TMCC são estabelecidos passos para a elaboração de currículos de Matemática em cursos superiores que não visam formar matemáticos (fase curricular), a didática a ser empregada ao colocar em ação tais currículos (fase didática),

como elaborar materiais para uma abordagem contextualizada da Matemática a partir da compreensão de elementos epistemológicos acerca da vinculação entre esta ciência e determinada área de atuação profissional (fase epistemológica), o tipo de docente necessário para trabalhar com esses materiais de acordo com a didática preconizada (fase docente) e analisa-se, do ponto de vista cognitivo, o resultado desse trabalho em termos das aprendizagens dos estudantes (fase cognitiva).

É importante salientar que a TMCC pode ser empregada tanto por pesquisadores, que, no âmbito de cada uma de suas fases, realizam investigações acerca de questões de diferentes naturezas atinentes aos processos de ensino e de aprendizagem de Matemática em cursos que não visam à formação de matemáticos, quanto por docentes que lecionam em tais cursos, para os quais os pressupostos de cada uma das fases indicam estratégias que os oportunizam enfrentar questões de naturezas curricular, epistemológica, didática, cognitiva e também relacionadas às suas próprias formações.

Especificamente no que se refere à fase cognitiva, embora haja um quadro teórico geral que a subsidie, a Teoria da Aprendizagem Significativa de Ausubel e seus colaboradores, recorre-se também a diferentes teorias cognitivistas ou preceitos teóricos desta natureza para embasar as investigações realizadas, uma vez que, como ressaltam Camarena e Trejo (2011), essas foram desenvolvidas especialmente para a análise de processos cognitivos. A potencialidade da associação da TMCC com outros referenciais cognitivistas é salientada por Camarena e Trejo (2011, p. 133), as quais afirmam que: “[...] as análises que se realizam a partir de cada um dos pontos de vista de cada teoria dão um panorama enriquecedor da atividade cognitiva dos estudantes perante uma abordagem contextualizada da Matemática”.

Diferentes referenciais ou preceitos teóricos têm sido empregados em consonância aos diferentes objetivos das investigações inseridas na fase cognitiva da TMCC e em função de tais referenciais e objetivos, os procedimentos metodológicos adotados nas pesquisas também são distintos. Neste artigo, recorrendo a uma pesquisa bibliográfica, na concepção de Lakatos e Marconi (2021), realizada tendo como fontes textos de autoria ou coautoria de Camarena (a saber, Trejo, Camarena e Trejo (2011) e Camarena e Olazábal (2003)) e uma tese de doutorado orientada por ela – o trabalho de Olazábal (2005) – sumarizamos, agrupando informações que se encontram dispersamente apresentadas nos últimos três trabalhos mencionados, os subsídios teóricos e os procedimentos metodológicos empregados em estudos cognitivos no âmbito da TMCC que foram realizados tendo como

foco a compreensão de aspectos relativos às traduções de enunciados de problemas contextualizados, da linguagem natural para a linguagem matemática e os processos cognitivos que possibilitam aos estudantes resolver problemas deste tipo.

Além disso, buscamos evidenciar de que maneira as pesquisas com estas orientações vinculam-se aos fatores que dão condições para a aprendizagem significativa, no sentido da Teoria da Aprendizagem Significativa de Ausubel e colaboradores cujos preceitos estão profundamente articulados aos paradigmas da TMCC e ao pressuposto filosófico-educacional assumido neste referencial, a saber: o estudante, ao concluir um curso de graduação ao qual a Matemática está a serviço, deve conseguir transferir conhecimentos (isto é, utilizar um determinado conhecimento construído para resolver problemas em uma diversidade de contextos nos quais a mobilização de tal conhecimento é requerida) desta ciência para as áreas que os exigem e, portanto, durante o percurso formativo, o desenvolvimento de competências deve ser favorecido, sendo tal termo, na TMCC, utilizado para indicar os pontos fortes de um indivíduo para enfrentar uma situação-problema em sua vida cotidiana ou em seu ambiente profissional, mobilizando, de maneira integrada em suas estruturas cognitivas, toda sua bagagem de conhecimentos, habilidades, atitudes e valores (CAMARENA, 2011).

Visando atingir os objetivos por nós estabelecidos para este artigo, consideramos relevante, inicialmente, nas próximas duas seções, definir representações mentais, representações semióticas e apresentar algumas reflexões acerca do papel desempenhado por estes dois tipos de representação no processo de construção do conhecimento matemático.

Representações mentais e representações semióticas

Para que possamos analisar de que maneira e a partir de quais perspectivas as investigações de cunho cognitivo realizadas no âmbito da TMCC consideram as questões relativas às representações mentais e às representações semióticas, em primeiro lugar é necessário explicitar o que se entende por estes termos.

Na acepção do psicólogo e filósofo francês Raymond Duval (2009, p. 15), as *representações mentais* são concebidas como “todo o conjunto de imagens e de conceituações que o indivíduo pode ter sobre um objeto, sobre uma situação e sobre aquilo que lhe é associado”. É importante diferenciá-las das *imagens mentais*. A este respeito, Otero, Papini e Elichiribehety afirmam que, em consonância às ideias do

psicólogo inglês Philip Johnson-Laird, no âmbito da Psicologia Cognitiva, as representações mentais são interpretadas e avaliadas por meio dos *modelos mentais* que os sujeitos têm disponíveis, sejam eles reais ou imaginários. Já as *imagens mentais* são as visualizações de tais modelos; “são produtos da percepção ou da imaginação e representam aspectos perceptíveis dos objetos do mundo real” (OTERO; PAPINI; ELICHIRIBEHETY, 1998, p. 91). Duval também procura salientar a diferença entre imagens mentais e representações mentais, afirmando que estas últimas

[...] são todas as (representações) que permitem uma visão de objeto na ausência de todo significante perceptível. Elas são geralmente identificadas às “imagens mentais” como entidades psicológicas tendo uma relação com a percepção. Mas, as representações mentais recobrem um domínio mais amplo que o das imagens. É preciso reatar a elas não somente os conceitos, as noções, as “ideias”, mas também as crenças, [...] todas as projeções mais difusas e mais globais que refletem os conhecimentos e os valores que um indivíduo reparte com seu meio, ou com um grupo particular (DUVAL, 2009, p. 45).

Em relação às representações semióticas, Duval (2009) as define como sendo as relativas a um sistema particular de símbolos (um dado sistema semiótico), acessíveis a todos aqueles que conhecem o sistema semiótico utilizado e que podem ser convertidas em representações em outro sistema semiótico que, apesar de serem consideradas “equivalentes” podem assumir significados diferentes para quem as está utilizando.

Para o autor, que ao fazer tal afirmação subsidia-se nas ideias de Vygotsky (1985), Piaget (1968a, b) e Denis (1989), ao adotar um ponto de vista genético, as representações mentais e as representações semióticas “não podem ser opostas como dois domínios totalmente diferentes. O desenvolvimento das representações mentais efetua-se como uma interiorização das representações semióticas da mesma maneira que as imagens mentais são uma interiorização das percepções” (DUVAL, 2009, p. 17). O autor ainda apresenta, a partir dos estudos de Benveniste (1974) e Bresson (1987), outro argumento ratificando essa ideia: “o fato de que a pluralidade dos sistemas semióticos permite uma diversificação das representações de um mesmo objeto. Tal pluralidade aumenta as capacidades cognitivas dos sujeitos e em seguida as suas representações mentais (Idem).

A partir das noções de representações *conscientes* ou *não-conscientes* e de representações *internas* ou *externas*, Duval (2009) distingue três grandes tipos de representações, explicitando também as funções de cada um delas:

- *Conscientes internas*: são as representações mentais que desempenham a função de *objetivação*, e está relacionada à descoberta pelo sujeito de algo que até então ele não supunha, ainda que outras pessoas lhe tivessem explicado. São representações de caráter intencional (algo aparece a um sujeito e ele nota, sendo por isso representações conscientes) cumprindo essa função de objetivação, que é sempre inerente a uma representação consciente.
- *Conscientes externas*: são as representações semióticas que, como todas as representações conscientes, desempenham a função de objetivação, mas também as funções de *comunicação* e de *tratamento* intencional da informação.
- *Não-conscientes internas*: são as representações computacionais que desempenham a função de tratamento automático ou quase instantâneo. Segundo Duval (2009, p. 47), tais representações “são todas aquelas cujos significantes, de natureza homogênea, não requerem visão de objeto, e que permitem uma transformação algorítmica de uma sucessão de significantes em uma outra”. O mesmo autor ressalta que tais representações “traduzem a informação externa a um sistema sob uma forma que a deixa acessível, recuperável e combinável no interior desse sistema” (Idem).

Convém salientar, como o faz Duval (2009) que “uma representação interna pode ser consciente ou não-consciente, enquanto uma representação consciente pode ser, ou não, exteriorizada” (p. 43).

Passamos então a tecer algumas breves considerações acerca do papel desempenhado pelas representações mentais e pelas representações semióticas no processo de construção do conhecimento matemático.

O papel das representações mentais e das representações semióticas para a construção do conhecimento matemático

Como salienta Duval (2009, p. 13), “a aprendizagem da Matemática constitui um campo de estudos privilegiado para análise de atividades cognitivas fundamentais, como a conceitualização, o raciocínio, a resolução de problemas e mesmo a compreensão de textos”. E, dando sequência a esta ideia, o autor afirma que há uma particularidade especialmente importante a ser levada em consideração ao analisar a aprendizagem da Matemática: que as atividades cognitivas inerentes a esta ciência requerem a utilização de

sistemas de expressão e de representação que vão além da linguagem natural e das imagens. A aprendizagem da Matemática requer o emprego de “línguas paralelas à linguagem natural para exprimir as relações e as operações, figuras geométricas, representações em perspectivas, gráficos cartesianos, redes, diagramas, esquemas etc” (Idem), isto é, de diferentes representações semióticas. Da mesma forma, para o autor, é necessário considerar o conjunto constituído pelas imagens e conceituações específicas que um indivíduo pode ter acerca de uma situação, sobre um objeto e a respeito de elementos que podem ser associados a tal situação ou objeto. Ou seja, é fundamental considerar também a questão das representações mentais.

Assim como pontua Duval (2009, p. 29), “não é possível estudar os fenômenos relativos ao conhecimento sem se recorrer à noção de representação (que) [...] está no centro de toda reflexão que se preocupa com as questões da possibilidade e da constituição de um conhecimento”. Diante desta constatação do autor, é de se esperar que investigações inseridas na fase cognitiva da TMCC contemplem, entre outros aspectos, questões relacionadas às representações mobilizadas pelos estudantes ao vivenciarem uma abordagem contextualizada da Matemática.

Analisando as pesquisas de cunho cognitivo realizadas, no âmbito deste referencial, por Camarena ou supervisionadas por ela, notamos, como evidenciamos na sequência, que ao menos dois dos três tipos de representações mencionados por Duval são contemplados: as representações mentais (conscientes internas) e as representações semióticas (conscientes externas), o que revela uma riqueza da TMCC nessa ótica cognitiva, uma vez que, como salienta Duval (2009, p. 48), “ainda que a existência de várias espécies de representação não seja contestada por ninguém, sua importância para a descrição e para a explicação dos processos cognitivos é muito frequentemente negligenciada”. Segundo o autor, em geral, ao invés de analisar as especificidades dos diferentes tipos de representação, em muitas investigações os pesquisadores optam por “apegar-se aos traços comuns às diferentes espécies de representação” (p. 48) ou, por outro lado, “privilegiar um tipo de representação tentando daí subordinar as outras” (p. 49).

Na seção seguinte, apresentamos reflexões acerca do processo de construção, pelo estudante, de representações mentais ao resolverem eventos contextualizados, nome dado no âmbito da TMCC, a problemas ou projetos integrando, em determinado curso de graduação, unidades curriculares de Matemática e unidades curriculares de outras áreas

de conhecimento, especialmente aquelas diretamente vinculadas à futura atuação profissional do graduando, eventos estes que se constituem como principais instrumentos para uma abordagem contextualizada e interdisciplinar da Matemática nas salas de aula de cursos universitário nos quais esta ciência não é, por si mesma, o objeto central de estudo (CAMARENA, 2017).

O processo de construção de representações mentais na resolução de eventos contextualizados

Na esfera da TMCC, as representações mentais são alvos de estudos como o conduzido por Trejo, Camarena e Trejo (2011, p. 17), que analisaram “a estrutura e o conteúdo dessas formas representacionais com as quais internamente os estudantes representam os conceitos matemáticos”. Como subsídio teórico específico para a abordagem das representações mentais, as autoras recorrem aos trabalhos do pesquisador Victor Cifarelli, professor da área de Educação Matemática do Departamento de Matemática e Estatística da Universidade da Carolina do Norte em Charlotte (EUA).

Para Cifarelli (1998), que subsidia suas afirmações em estudos realizados por Goldin (1987), Greeno (1980), Janvier (1987), von Glasersfeld (1987b) e Yackel (1984), a compreensão acerca dos processos de representação mental auxilia no entendimento de como o aluno desenvolve uma compreensão de uma determinada situação ou tarefa e que, por esta razão, “as representações mentais têm sido usadas para descrever os processos de resoluções de problemas na aprendizagem da Matemática” (CIFARELLI, 1998, p. 239). Fazendo referência à Yackel (1984), o autor afirma que uma *representação do problema* é uma estrutura cognitiva que é construída por um indivíduo ao interpretar um problema que objetiva solucionar. Salaria então que a construção da representação do problema “desempenha um papel central na descrição do conhecimento que os alunos trazem para as situações de resoluções de problemas matemáticos” (CIFARELLI, 1998, p. 239). Destaca que os resultados de investigações realizadas por Chi, Glaser e Rees (1982), Hinsley, Hayes e Simon (1977), Larkin (1983) e Mayer (1985) sugerem que o sucesso de um indivíduo ao resolver problemas “pode ser devido em grande parte à sua habilidade de construir representações dos problemas apropriadas [...] e de usar essas representações como auxiliares para compreender as informações e as relações presentes na situação” (CIFARELLI, 1998, p. 239).

De acordo com Cifarelli (1998), distintas perspectivas teóricas têm sido assumidas por diferentes pesquisadores para estudar o papel das representações na resolução de problemas. A perspectiva por ele empregada é a construtivista, na qual, segundo destaca com subsídio das ideias de Cobb (1988), von Glasersfeld (1987a) e Johnson-Land (1983), o ato de elaborar representações é considerado como

[...] um processo dinâmico, que facilita a atividade de criação de sentido por parte do aluno em situações de resolução de problemas. Essa visão inclui o foco nas maneiras como os alunos organizam ou estruturam ativamente suas experiências anteriores e o conhecimento conceitual que resulta dessa atividade de estruturação. [...] A visão construtivista da representação como conhecimento conceitual que o aluno obtém da experiência é consistente com a noção de que os alunos operam continuamente nas "fronteiras de seu conhecimento" e que eles constroem ativamente novos conhecimentos em situações de resolução de problemas quando seu conhecimento atual resulta em obstáculos, contradições ou surpresas. Mais precisamente, o conhecimento empregado pelos alunos em situações específicas opera desde que permaneça viável, isto é, na visão ou interpretação de quem está solucionando o problema, sirva aos seus propósitos. Desta forma, as situações de resolução de problemas não apenas testam a viabilidade e eficácia do conhecimento dos indivíduos que estão solucionando um problema, mas também podem servir como oportunidades para estes modificarem as representações existentes que podem ter sobrevivido à sua utilidade (CIFARELLI, 1998, p. 240-241).

É importante salientar a coerência de os autores de estudos inseridos na fase cognitiva da TMCC, como Trejo, Camarena e Trejo (2011), assumirem uma perspectiva construtivista de representações o que, segundo Cifarelli (1998, p. 241), significa compreendê-las como "estruturas conceituais do conhecimento", uma vez que o modelo didático inerente à TMCC, denominado Modelo Didático da Matemática em Contexto (MoDiMaCo), também foi desenvolvido, conforme explicita Camarena (2017), com subsídio em preceitos construtivistas.

Como ressaltam Trejo, Camarena e Trejo (2011), as representações internas, ao contrário das externas, não são diretamente observáveis. São inferidas a partir do que dizem e fazem os estudantes, isto é, são analisadas por meio da forma com que os alunos se comportam ao resolver um problema. Assim, ao analisar, no âmbito da TMCC, como fazem as autoras, a estrutura e os conteúdos das formas representacionais internas com as quais os estudantes representam conceitos matemáticos ao vivenciarem uma abordagem contextualizada da Matemática, objetiva-se, portanto, compreender os processos por eles

utilizados para construir e/ou modificar representações mentais em situações de resoluções de problemas matemáticos contextualizados, direcionando o foco de análise à atividade cognitiva dos estudantes, analisando particularmente as maneiras como eles, ao resolverem este tipo de problema, elaboram e reorganizam suas ações.

Para esse tipo de análise, segundo Cifarelli (1998), é fundamental considerar o processo de solução de situações que, para os estudantes, de fato constituem-se como problemas. Assume a concepção de Lester Jr (1978) e Pask (1985) para quem os indivíduos têm um problema quando se deparam com uma situação para a qual não conseguem, de imediato, perceber nenhuma maneira de alcançar sua solução. Novamente percebe-se a coerência de adotar essa visão de Cifarelli (1998) em estudos realizados na esfera da fase cognitiva de TMCC, uma vez que, segundo Camarena (2017, p. 8-9), os eventos contextualizados “não são exercícios e nem problemas ou projetos rotineiros, mas problemas ou projetos que devem causar nos estudantes, ao ler seus enunciados, um conflito cognitivo e também motivá-los e intrigá-los, de forma que queiram resolvê-los”. Os eventos contextualizados são implícitos porque nada é dito de antemão aos alunos a respeito do que devem fazer para resolvê-los; eles é que deverão identificar o que está sendo pedido ao compreender o evento (CAMARENA, 1995).

No âmbito das investigações inseridas na fase cognitiva da TMCC tendo por foco as representações mentais, assumem-se ainda as considerações do estadunidense Gerald Goldin, professor da *Rutgers University*, investigador nas áreas de Matemática, Física e Educação Matemática e que, neste último domínio, volta-se à caracterização dos sistemas de representações internas e de representações externas e, especialmente, nos seus papéis na aprendizagem da Matemática e na resolução de problemas. Em trabalho realizado em parceria com a educadora matemática russa Nina Dubinsky Shteingold, destacam que:

Os sistemas de representações externas incluem as construções pessoais, por parte do estudante, de simbolização e de atribuição de significados para as notações matemáticas, sua linguagem natural, sua percepção visual e representação espacial, suas estratégias de resolução de problemas e heurísticas e (muito importante) o efeito de todos esses aspectos em relação à Matemática (GOLDIN; SHTEINGOLD, 2001, p. 2).

Os autores salientam que atentar-se para interação que deve existir entre as representações internas e externas é fundamental para processos de ensino e de aprendizagem eficazes. “Quaisquer que sejam os significados e as interpretações que o

professor possa trazer a uma representação externa, é de que maneira o estudante desenvolve uma representação interna que deve permanecer como interesse primário” (GOLDIN; SHTEINGOLD, 2001, p. 2). Thomas, Mulligan e Goldin (2002) destacam que os resultados obtidos por Goldin em diferentes estudos o levaram à construção de um modelo relativo às estruturas das competências de resolução de problemas baseadas em sistemas de representação, conforme apresentado na Figura 1.



Figura 1 - Cinco diferentes sistemas de representações internas

Fonte: elaboração própria a partir de Goldin e Shteingold (2001) e Thomas, Mulligan e Goldin (2002)

Por meio da Figura 1, evidencia-se que no modelo elaborado por Thomas, Mulligan e Goldin (2002) são considerados cinco tipos de sistemas de representações internas, mutuamente interativos e em constante desenvolvimento.

A já mencionada premissa assumida por Trejo, Camarena e Trejo (2011) de que as representações internas, por não poderem ser diretamente observadas, são inferidas a partir de como os estudantes se comportam ao resolver um problema, do que fazem e dizem, sustenta-se nas considerações de Goldin e Shteingold (2001):

É claro que não podemos observar diretamente as representações internas de ninguém. Pelo contrário, fazemos inferências sobre as representações internas dos estudantes com base na sua interação com, em seu discurso sobre, ou em sua produção de representações externas. [...] às vezes é útil pensar na representação externa indicando algo interno, como ocorre, por exemplo, quando um estudante desenha um diagrama ou escreve uma fórmula para descrever o que está pensando. Simultaneamente, podemos pensar na representação interna indicando algo externo, como quando um estudante elabora um “esquema mental” das operações descritas em uma expressão aritmética. [...] As representações internas não codificam ou representam simplesmente o que é externo. Ao utilizá-las para caracterizar os entendimentos conceituais dos indivíduos, salientamos que as representações internas e externas podem referir-se umas às outras de maneiras complexas. Este é um aspecto psicológico muito importante (GOLDIN; SHTEINGOLD, 2001, p. 6).

Visando analisar aspectos relativos às representações internas, direciona-se o foco, portanto, à atuação de estudantes que buscam solucionar um evento contextualizado proposto, pois é neste momento que “é identificado, caracterizado e descrito o processo cognitivo dos estudantes para resolver um problema matemático contextualizado mediante o uso das representações mentais manifestadas por meio de uma representação externa” (TREJO; CAMARENA; TREJO, 2011, p. 18). Em pesquisas com esta orientação busca-se, portanto, compreender “qual é o processo cognitivo que permite a um estudante resolver um problema matemático em um contexto em particular” (p. 18).

Do ponto de vista metodológico, neste tipo de pesquisa, como evidencia o estudo de Trejo, Camarena e Trejo (2011), um evento contextualizado é implementado e então os processos cognitivos dos estudantes para resolvê-lo são classificados e descritos a partir de dados coletados por meio de produções escritas dos alunos e de gravações das sessões de trabalho com o evento. “Das representações externas se infere sobre as representações mentais ou internas, o que permite estabelecer e descrever as etapas para a solução do problema matemático contextualizado. As etapas descritas são consideradas como parte do processo de construção das representações mentais” (TREJO; CAMARENA; TREJO, 2011, p. 18).

Em relação ao evento contextualizado que o pesquisador irá elaborar ou selecionar com o objetivo de, a partir de sua implementação, fazer inferências acerca das representações mentais dos estudantes, Trejo, Camarena e Trejo (2011) salientam, com base nos estudos da educadora matemática Régine Douady (1984), a importância de o problema ser compreendido pelos estudantes, oportunizar que empreguem

conhecimentos anteriores e os desafiem intelectualmente de modo a possibilitar a evolução dos conhecimentos previamente construídos.

No caso específico do evento contextualizado que implementaram, relacionado à uma temática da Química, a mistura de soluções, Trejo, Camarena e Trejo (2011) identificaram três etapas para o processo de construção de representações mentais. São elas: *interpretação e seleção de informações*; *estruturação da informação* e *operacionalização*. De acordo com as autoras:

A etapa de *interpretação e seleção de informações* recebe este nome porque ela se dá no momento em que o grupo de estudantes em questão realiza a leitura da informação do evento contextualizado e realiza a seleção da informação que lhe parece pertinente e nesta seleção observa-se que os estudantes fazem uso de conhecimentos prévios. Esta etapa permite ao grupo em questão a identificação das variáveis e constantes presentes no evento contextualizado e assim propor o modelo matemático para o problema. É possível que, durante esta etapa, os estudantes façam usos de esquemas e figuras como estratégias para compreender a informação fornecida.

Na etapa de *estruturação da informação*, os estudantes começam a manipular a informação derivada do problema e que foi compreendida na etapa anterior. É iniciado o processo de solução do problema. Os procedimentos e as estratégias postos em ação sofrem uma reestruturação e avançam progressivamente conforme os estudantes vão fazendo tentativas de resoluções e assim o nível de conhecimentos dos estudantes também avança significativamente. Esta etapa de construção de representações mentais pode ser associada com alguma representação externa, como alguma operação aritmética, uma representação algébrica ou gráfica, mas ainda sem ser a solução correta do problema.

Por fim, ao chegar à etapa de *operacionalização*, considera-se que a representação mental está completa e que o problema pode ser resolvido favoravelmente, de maneira seu processo de modelização simplifica as representações externas tornando-as mais operacionais (TREJO; CAMARENA; TREJO, 2011, p. 20).

As autoras ressaltam que o trânsito por essas três etapas se configura como o processo cognitivo que permite o desenvolvimento das representações mentais por parte dos estudantes e possibilita a resolução do evento contextualizado considerado. Enfatizam ainda que “durante a observação, identificou-se que estas etapas estão relacionadas e concatenadas, isto é, para ingressar na etapa seguinte, é necessário transitar pela etapa imediatamente anterior” (TREJO; CAMARENA; TREJO, 2011, p. 20).

A respeito desse tipo de investigação, as mesmas autoras ressaltam que é necessário que outros pesquisadores se dediquem a estudos semelhantes a estes para que se possa analisar se as três etapas por elas obtidas a partir de um evento do contexto da Química se mantêm ou se, ao contrário, variam como resultado direto da interação dos estudantes com o contexto e, portanto, ao modificar as áreas presentes no evento, essas etapas também irão sofrer alterações. Ilumina-se, desta forma, uma promissora direção de pesquisa na esfera da fase cognitiva da TMCC.

A tradução de enunciados e problemas da linguagem natural para a linguagem matemática

Outra direção possível de abordagem na fase cognitiva da TMCC, ainda enfocando a questão das representações, mas neste caso as externas, pode ser ilustrada pelos trabalhos de Camarena e Olazábal (2003) e de Olazábal (2005) que buscaram organizar uma proposta teórica para a “categorização de problemas de Matemática em contexto, assim como de enunciados que o aluno deve poder descrever matematicamente como preparação para a modelagem matemática” (CAMARENA; OLAZÁBAL, 2003, p. 1). Uma vez que as informações e relações presentes nos enunciados dos problemas são dadas por meio de um sistema semiótico (considerado, segundo Camarena e Olazábal (2003), na acepção de Duval (1999)) diferente daquele em que o problema deverá ser resolvido, ganha destaque o processo de tradução, entendido como “o processo psicológico que envolve ir de um modelo de representação de uma área para a Matemática” (JANVIER, 1987 apud CAMARENA; OLAZÁBAL, 2003, p. 2). No caso específico das pesquisas mencionadas, as autoras salientam que a tradução “consiste especificamente em expressar com relações algébricas o que é apresentado em um enunciado ou em um problema por meio da linguagem natural” (p. 3). Nestas investigações, o termo problema é considerado na acepção de Schoenfeld (1985), como uma “tarefa que é difícil para o indivíduo que está tentando fazê-la” (SCHOENFELD, 1985 apud CAMARENA; OLAZÁBAL, 2003, p. 2) que, por exigir o desenvolvimento de habilidades intelectuais, torna-se um instrumento para que aprenda a pensar matematicamente (SCHOENFELD, 1985).

Segundo Camarena e Olazábal (2003), pesquisas realizadas no domínio da fase didática da TMCC indicam como uma das principais dificuldades dos estudantes ao trabalharem com um evento contextualizado a obtenção do modelo matemático nele

presente e uma das causas desta dificuldade é exatamente essa questão da realização da tradução do evento ou de enunciados a eles relacionados da linguagem natural para a linguagem algébrica. Conforme pontuam as autoras, se um estudante não consegue “realizar a tradução da linguagem natural para a linguagem algébrica, também não poderá chegar ao modelo matemático que representa o problema, o que indica que a tradução é uma das habilidades básicas no processo de transferência do conhecimento” (p. 2). Olazábal (2005, p. 12) reforça que diferentes autores no âmbito da Educação Matemática ratificam essa ideia. Cita, por exemplo, Burton, para quem “a noção de tradução em sua lista de habilidades necessárias para a resolução de problemas, Lesh, que assinala sua importância na solução de problemas reais e Burkhardt, que insiste em seu papel crucial na modalagem matemática”.

Embora ocupe lugar central no processo de estabelecimento de um modelo matemático que representa determinado problema ou enunciado, segundo Olazábal (2005, p. 15), o processo de tradução da linguagem natural para a algébrica “não tem sido suficientemente estudado como fator caracterizante dos problemas ou de seu grau de dificuldade”. Desta forma, investigações com esta orientação no âmbito da fase cognitiva da TMCC são relevantes por permitirem, a partir dos tipos de traduções que demandam, categorizar os eventos contextualizados e, em seguida, analisar a partir de tais categorias, do ponto de vista cognitivo, o trabalho dos estudantes ao realizarem tais traduções. Olazábal (2005, p. 16) afirma ainda, em consonância à Teoria da Aprendizagem Significativa de Ausubel e colaboradores, a qual do ponto de vista cognitivo subsidia a fase da TMCC em foco neste artigo, que esses elementos “podem ser utilizados pelo professor como um organizador prévio à própria tarefa de traduzir, de forma a manipular deliberadamente a estrutura cognoscitiva” do estudante, permitindo-o estabelecer uma ponte entre o que ele já sabe e o que necessitará saber para aprender de maneira significativa a partir do problema contextualizado proposto. “Desta forma, pode-se contribuir para que a resistência que os alunos apresentam perante à resolução de problemas diminua, uma vez que existirão em suas estruturas cognitivas mais ideias estabelecidas e pertinentes para a tarefa a ser realizada” (Idem).

Como pontua Olazábal (2005), ao analisar o processo de tradução entre a linguagem natural e a algébrica, é necessário ter em conta alguns aspectos:

- Existem diferentes maneiras, na língua natural, de fazermos referência a um elemento matemático. Entre outras situações, a autora destaca, por

exemplo, as afirmações: *a é diretamente proporcional a b* e *a razão entre a e b é constante* como sendo duas maneiras diferentes de fazermos referência à expressão matemática $\frac{a}{b} = k$, sendo *a* e *k* números reais e *b* um número real não nulo.

- Existem determinados termos que, embora na Matemática possuam somente uma tradução da linguagem natural para a algébrica, em outros campos científicos são traduzidos de outra forma, exigindo o que na TMCC se denomina *transposição contextualizada*. A autora cita, entre outros casos, por exemplo, a palavra “ganhar” que, enquanto na Matemática é traduzida por um aumento, ou seja, uma adição, nos fenômenos químicos de óxido-redução, o “ganho” de elétrons se traduz como uma diminuição do número de oxidação.
- Nos enunciados de problemas contextualizados, em geral, estão presentes também palavras de uso também cotidiano combinadas com termos estritamente técnicos de diferentes áreas. A interpretação desses dois tipos de termos dependerá das habilidades, dos conhecimentos e da capacidade de quem lê o problema de situá-los no contexto adequado. Em relação a esse último aspecto, a autora destaca:

Palavras como “função” ou “integrar” podem ter significados diferentes dependendo do contexto do problema, enquanto a palavra “cosseno” só pode ser interpretada matematicamente. Além disso, eles (os estudantes) devem ser capazes de reconhecer elementos similares por meio de representações equivalentes, tais como traduzir o dobro do raio de um círculo como seu diâmetro, o que depende basicamente de seu conhecimento prévio. Ao traduzir de maneira completa o enunciado de um problema, há termos que podem ser traduzidos diretamente, bem como significados que devem ser relacionados a partir de conhecimentos específicos (OLAZÁBAL, 2005, p. 25).

Para categorizar os problemas contextualizados, Camarena e Olazábal (2003) selecionaram diferentes problemas de aplicação da Matemática em uma determinada área, resolveram estes problemas para determinar as traduções demandadas em tal tarefa e analisaram os graus de dificuldade, as características específicas e as comuns, em termos de elementos linguísticos e matemáticos, entre tais traduções e, finalmente agruparam e categorizaram tais problemas em termos dessas semelhanças e diferenças. Construíram três categorias: *problemas com enunciado literal*; *problemas com enunciado evocativo* e

problema com enunciado complexo, as quais descrevemos a seguir a partir do que apresenta Olazábal (2005) e que, convém ressaltar, dependem diretamente do nível escolar e, mais precisamente, da maturidade cognitiva, dos sujeitos aos quais os problemas serão propostos.

A *Primeira Categoria - Problemas com Enunciado Literal* – contempla aqueles problemas cujos enunciados expressam literalmente os conceitos, situações, objetos e/ou fenômenos e a relação entre eles a serem consideradas nas elaborações dos modelos matemáticos relacionados a tais problemas.

Na *Segunda Categoria – Problemas com Enunciado Evocativo*, enquadram-se problemas nos quais os modelos matemáticos que possibilitam suas resoluções não podem ser diretamente estabelecidos por meio das informações expressas nos enunciados. É necessário evocar, ainda que indiretamente, outro(s) modelo(s) que servirá(ão) como ponte(s) entre as informações trazidas pelos enunciados e as traduções finais para os modelos que representam as situações descritas nos problemas.

Finalmente, na *Terceira Categoria – Problemas com Enunciado Complexo* – estão os problemas cujos enunciados não são suficientes para estabelecer o modelo matemático a partir dos conceitos, situações, objetos e/ou fenômenos e a relação entre eles expressas de forma literal, nem por meio dos modelos intermediários evocados pelos enunciados. São problemas nos quais, para resolvê-los, o indivíduo precisará conhecer um modelo geral que se adapte às condições dadas e saiba como aplicá-lo adequadamente àquelas situações particulares. Ou seja, nos problemas desta categoria, o modelo não é construído nem literalmente e nem por meio do que o enunciado evoca, mas a partir da mobilização da estrutura cognitiva do indivíduo.

Atreladas a essas categorias de problemas, estão também categorias de tradução. A *tradução literal* pressupõe, do ponto de vista cognitivo, o conhecimento do vocabulário matemático e sua conseqüente representação tanto na linguagem natural quanto na linguagem matemática. Por outro lado, a *tradução evocativa* requer não apenas um conhecimento do vocabulário matemático e das representações dos objetos na linguagem natural e na linguagem matemática, mas uma compreensão efetiva do significado dos conceitos envolvidos, para que se possa interagir com eles na busca do modelo matemático desejado. Pode ser necessário realizar a tradução literal de parte das informações do enunciado, mas quando isto ocorrer, tal ação não será suficiente para estabelecer o modelo matemático que possibilitará a resolução visada. Por fim, para

realizar a *tradução complexa*, o indivíduo deverá selecionar, dentre seus conhecimentos prévios, um modelo geral (juntamente com sua simbologia e significado) que seja o mais adequado para relacionar os conceitos, situações, objetos e/ou fenômenos envolvidos no problema, para, então, estabelecer o modelo específico para aquela situação descrita no enunciado. Geralmente, esse tipo de tradução exige a retomada, por parte do estudante, de conceitos já estudados ou de outros relacionados ao contexto, com os quais ele pode não ter familiaridade.

Segundo Olazábal (2005), no processo de tradução complexa também há a evocação, uma vez que algo é trazido à memória ou à imaginação pelo estudante, mas a diferença em relação à tradução evocativa é que, enquanto nesta categoria é o enunciado que origina a evocação, na complexa é o indivíduo quem evoca o que é necessário, o que significa dizer que a tradução complexa requer tanto a tradução evocativa quanto uma estrutura cognitiva que o possibilite fazer evocações. Para as traduções da linguagem natural para a linguagem matemática demandadas por problemas da terceira categoria, a autora destaca que, muitas vezes uma tradução gráfica pode auxiliar na visualização das relações entre os elementos envolvidos na situação. Essa *tradução gráfica*, entendida como “a representação figurativa ou iconográfica de uma ideia e não a um sentido estritamente matemático de uma representação de dados mediante magnitudes geométricas” (OLAZÁBAL, 2005, p. 49), assume o papel de passo intermediário da tradução do enunciado do problema da linguagem natural para a linguagem algébrica.

Do ponto de vista metodológico, como depreendemos de Olazábal (2005), em investigações no âmbito da fase cognitiva da TMCC enfocando análises do processo de traduções de enunciados de problemas contextualizados e como estas contribuem para a obtenção de modelos matemáticos que possibilitem resolver tais problemas, os seguintes procedimentos podem ser empregados pelo pesquisador:

- 1º: seleção de um ou mais problemas cujo processo de tradução se deseja analisar;
- 2º: análise prévia do pesquisador acerca das traduções que são esperadas em cada um dos problemas;
- 3º: proposição dos problemas aos estudantes, que então deverão resolvê-los;
- 4º: análise das traduções realizadas individualmente pelo estudante em cada um dos problemas, comparando-as com as traduções previamente esperadas pelo pesquisador e comparando também as diferentes traduções realizadas pelos diferentes estudantes;

5º: análise das resoluções dos problemas apresentadas pelos estudantes, comparando-as com as diferentes traduções por eles realizadas;

6º: reflexões gerais acerca de aspectos cognitivos evidenciados pelas análises realizadas.

Conforme podemos perceber nos detendo de forma minuciosa às considerações de Olazábal (2005), ao analisar, do ponto de vista cognitivo, os processos de traduções de problemas contextualizados, é possível identificar:

- o quão disponíveis na estrutura cognitiva do sujeito estão conhecimentos prévios, da Matemática e de outras ciências, fundamentais para o estabelecimento de modelos matemáticos em problemas que exigem traduções literais: “se estes não são firmes, o estudante não pode identificar corretamente os conceitos ou os modelos matemáticos do contexto e, por essa razão, às vezes os confundem ou os inventam” (OLAZÁBAL, 2005, p. 55-56);
- o grau de familiaridade do estudante com as relações descritas nos enunciados dos problemas literais, uma vez que tal elemento revela-se fundamental para que tenha êxito na tradução literal da linguagem natural para a linguagem algébrica e, conseqüentemente, para abordar e resolver corretamente o problema;
- o nível de compreensão do estudante acerca dos conceitos presentes em problemas contextualizados com enunciados evocativos, uma vez que, ao analisar situações que demandam traduções evocativas, nota-se que “quando não existe o entendimento, por parte do estudante, do conceito a ser evocado, a tradução muitas vezes é realizada de forma literal e, nestes casos, não possibilita o estabelecimento do modelo matemático visado” (OLAZÁBAL, 2005, p. 66);
- a imagem mental de determinado conceito – isto é, a visualização do modelo mental por meio do qual as representações mentais relativas ao conceito são interpretadas e avaliadas (OTERO; PAPINI; ELICHIRIBEHETY, 1998) – manifestada pelo estudante ao realizar uma tradução evocativa. Se essa imagem “não é adequada ou é limitada, ao invés de permitir a tradução, torna-se um obstáculo para ela” (OLAZÁBAL, 2005, p. 67). A pesquisadora destaca que, no caso do estudo realizado por ela, a imagem

mental dos estudantes acerca do conceito de área, restrita a figuras planas, tornou-se um obstáculo na tradução de problemas evocativos que o requeriam;

- as representações gráficas às quais, ao realizar uma tradução complexa, os estudantes por vezes precisam recorrer para visualizar as relações pertinentes vinculadas a problemas com enunciados complexos, e que são fundamentais para o estabelecimento do modelo matemático. Em alguns casos, “essa tradução adicional, a gráfica, aparece como um *link* entre a linguagem natural e a linguagem algébrica” (OLAZÁBAL, 2005, p. 71);
- o número total de traduções complexas realizadas por um estudante ao trabalhar com um problema, o que, de acordo com Olazábal (2005, p. 71), “pode tomar-se como um indicador do grau de dificuldade na resolução do problema”;
- o quanto o estudante compreende e sabe organizar o trabalho com o problema visando solucioná-lo, uma vez que a tradução é uma condição necessária (porém não suficiente) para a resolução de um problema.

Como perspectivas para outras investigações, no âmbito da fase cognitiva da TMCC, explorando essa vertente das traduções dos enunciados de problemas contextualizados, Olazábal (2005) aponta: (i) um refinamento/aprofundamento das categorias de forma a incluir aspectos como as sintaxes das orações que compõem os enunciados dos problemas, as traduções esperadas para conceitos mais procedimentais (a autora exemplifica com os pontos de mínimo de uma função), o número de traduções envolvidas em cada problema e as consequências da necessidade, em alguns casos, de mobilizar traduções literais para enunciados evocativos e complexos, assim como traduções evocativas em enunciados complexos; (ii) o estabelecimento de premissas mais precisas para cada categoria em relação a habilidades verbais e lógico-matemáticas que podem desempenhar papéis relevantes no processo de tradução de enunciados, aos níveis de conhecimentos prévios e aos estilos de aprendizagem dos estudantes; e (iii) uma extensão do trabalho ao processo de tradução da linguagem natural à linguagem gráfica no intuito de analisar se a categorização proposta mantém-se adequada.

Considerações Finais

O estudo que apresentamos por meio deste artigo nos permitiu compreender que pesquisas inseridas na fase cognitiva da TMCC tendo por alvo analisar aspectos relativos às traduções de enunciados de problemas contextualizados, da linguagem natural para a linguagem matemática, e os processos cognitivos que possibilitam aos estudantes resolver problemas deste tipo, vinculam-se, particularmente a três objetivos dos estudos realizados nesta fase, a saber: (a) identificar as características cognitivas dos estudantes; (b) identificar as dificuldades dos estudantes em relação a conhecimentos matemáticos prévios ou que estão sendo construídos em determinado momento de sua graduação; (c) identificar as competências desenvolvidas pelos estudantes antes ou a partir de determinada intervenção didática implementada segundo os preceitos desta teoria. Pesquisas com as duas orientações mencionadas neste artigo viabilizam a análise de dois tipos de fatores que, para Ausubel e seus colaboradores, dão condições para a aprendizagem significativa: os *fatores internos cognitivos* e os *fatores externos*.

Em relação a fatores internos cognitivos, tanto as análises das traduções de problemas contextualizados da linguagem natural para a linguagem matemática quanto as dos processos cognitivos que permitem com que os estudantes os resolvam, possibilitam a obtenção de dados a respeito das características cognitivas de determinado grupo de estudantes com o qual se está trabalhando e acerca das maneiras segundo as quais as características cognitivas dos estudantes, as possíveis dificuldades relativas a conhecimentos prévios e às competências anteriormente desenvolvidas, influenciaram em suas aprendizagens, potencializando-as ou comprometendo-as. Por sua vez, em termos de fatores externos, é possível, adotando esses dois focos de análise mencionados, obter dados a respeito da influência de uma abordagem da Matemática segundo os preceitos da TMCC (sendo, portanto, o modelo didático inerente a tal teoria considerado como fator externo) para revelar aspectos relacionados a fatores cognitivos essenciais para uma aprendizagem significativa.

O terceiro ponto que essa pesquisa bibliográfica que realizamos nos permitiu iluminar é que, além de adotar a Teoria da Aprendizagem Significativa de Ausubel e seus colaboradores como principal subsídio, as investigações cognitivas da TMCC apoiam-se, em função de seus objetivos específicos, em preceitos teóricos complementares. No caso do que analisamos neste artigo, ao tratar do processo cognitivo que possibilita a resolução de problemas contextualizados e das representações mentais a ele inerentes, busca-se

suporte nas ideias de Victor Cifarelli e de Gerald Goldin; por sua vez, nos trabalhos em que o foco é analisar o processo de tradução do enunciado de problemas contextualizados, da linguagem natural para a linguagem matemática, as reflexões são subsidiadas pelas ideias de Raymond Duval e de Claude Janvier.

Um quarto elemento a ser ressaltado é que o estudo evidenciou a pertinência de voltar a atenção para os aspectos a que dedicaram Trejo, Camarena e Trejo (2011), Camarena e Olazábal (2003) e Olazábal (2005). Se o objetivo principal da TMCC é, por meio de uma abordagem contextualizada da Matemática, oportunizar ao estudante a construção de conhecimentos estruturados, integrados e não fragmentados e, conseqüentemente, desenvolver estruturas mentais articuladas e aprender significativamente, é fundamental compreender, a partir do uso de representações mentais manifestadas por meio de uma representação externa, o processo cognitivo que possibilita a resolução de um problema contextualizado, analisando se, de fato, o problema foi compreendido pelos estudantes, se possibilitou com que empregassem conhecimentos anteriores, se os desafiou intelectualmente fazendo com que, na interação com os conhecimentos visados, os conhecimentos prévios também evoluíssem, se modificassem ou adquirissem novos significados.

Da mesma forma, a análise do processo de tradução do enunciado de um problema contextualizado, da linguagem natural para a linguagem matemática, permite ao pesquisador ou ao professor estabelecer um vínculo entre o que o estudante já sabe e o que necessitará saber para aprender de maneira significativa a partir de um problema contextualizado proposto e utilizar essa informação como um organizador prévio à tarefa de traduzir, de forma a manipular deliberadamente a estrutura cognoscitiva do estudante com o objetivo de auxiliá-lo na construção de conhecimentos pertinentes ao que será trabalhado. O mencionado processo de tradução possibilita também ao pesquisador ou ao professor identificar o quão disponíveis na estrutura cognitiva do sujeito estão os conhecimentos prévios, da Matemática e de outras ciências que servirão de subsunçores para a construção de novos conhecimentos a serem aprendidos de forma significativa.

Como quinto e último ponto a ser salientado nessas considerações finais, reforçamos a necessidade, salientada pelos autores dos estudos analisados, de novas pesquisas relacionadas a essas duas orientações de investigações cognitivas no âmbito da TMCC, buscando, por exemplo, dentre diferentes possibilidades de caminhos a serem trilhados, analisar se as três etapas para o processo de construção de representações

mentais (*interpretação e seleção de informações; estruturação da informação e operacionalização*), identificadas por Trejo, Camarena e Trejo (2011) a partir de um evento do contexto da Química se mantém ou se, ao contrário, variam como resultado direto da interação dos estudantes com o contexto e, portanto, ao modificar as áreas presentes no evento, essas etapas também irão sofrer alterações; refinar e aprofundar as categorias de traduções elencadas por Camarena e Olazábal (2003) e Olazábal (2005) estabelecendo premissas mais delimitadas para cada categoria em relação a habilidades verbais e lógico-matemáticas que podem desempenhar papéis relevantes no processo de tradução de enunciados de problemas contextualizados, aos níveis de conhecimentos prévios e aos estilos de aprendizagem dos estudantes; e buscando estender os estudos ao processo de tradução da linguagem natural à linguagem gráfica no intuito de analisar se a categorização proposta (*traduções literais, traduções evocativas e traduções complexas*) mantém-se adequada.

Referências

CAMARENA, Patricia. Reporte de proyecto de investigación titulado: **El problema cognitivo de las funciones generalizadas y sus transformadas de Fourier y Laplace**, con nº de registro DEPI-IPN: 953737. Editorial ESIME-IPN, México, 1995.

CAMARENA, Patricia. Concepción de competencias de las ciencias básicas em el nivel universitario. In: DIPP, Adla Jaik.; MACÍAS, Arturo Barraza; (org.). **Competencias y Educación – miradas múltiples de una relación**. México: Instituto Universitario Anglo Español A.C e Red Durango de Investigadores Educativos A.C., 2011, p. 88-118.

CAMARENA, Patricia. Didáctica de la matemática en contexto. **Educação Matemática Pesquisa**, São Paulo, v. 19, n. 2, p. 01-26, 2017. DOI: <http://dx.doi.org/10.23925/1983-3156.2017v19i2p1-26>.

CAMARENA, Patricia. **Teoría de la matemática en el contexto de las ciencias**: 1. Ed. Santiago del Estero: EDUNSE, 2021.

CAMARENA, Patricia; OLAZÁBAL, Ana María. Categorías en la traducción del lenguaje natural al lenguaje algebraico de la matemática en contexto. In: **MEMORIAS DEL XVII CONGRESO NACIONAL DE ENSEÑANZA DE LAS MATEMÁTICAS**. México: ANPM, 2003, p. 1-6.

CAMARENA, Patricia.; TREJO, Elia Trejo. La Matemática en el Contexto de las Ciencias y los invariantes operatorios. In: GUTIÉRREZ, Rico Dolores; CENICEROS, Cazares. Delia Inés; MÉNDEZ, Zuñiga Alejandra. (ed.). **Cognición y Procesos de Aprendizaje**. México: Red Durango de Investigadores Educativos A.C., 2011, p. 130-163.

CIFARELLI, Victor V. The Development of Mental Representations as a Problem Solving Activity. **Journal of Mathematical Behavior**, Burnaby, Canadá, vol. 17, n. 2, p. 239-264, 1998.

DUVAL, Raymond. **Semiósis e pensamento humano: registro semiótico e aprendizagens intelectuais**. Tradução de Lênio Fernandes Levy e Marisa Rosâni Abreu da Silveira. São Paulo: Livraria da Física, 2009.

GOLDIN, Gerald; SHTEINGOLD, Nina. Systems of representations and the development of mathematical concepts. In: CUOCO, Albert A.; CURCIO, Francis R. (ed.). **The roles of representation in school mathematics. 2001 Yearbook**. Reston: National Council of Teachers of Mathematics, 2001, p. 1-23.

LAKATOS, Eva Maria; MARCONI, Marina de Andrade. **Fundamentos da Metodologia Científica**. 9. Ed. Rio de Janeiro: Atlas, 2021.

LESTER JR, Frank K. Mathematical problem solving in the elementary school: Some educational and psychological considerations. In: HATFIELD, Larry L.; BRADBARD, David A. (ed.). **Mathematical problem solving: Papers from a research workshop**. Columbus: ERIC/ SMEAC, 1978, p. 53-87.

OLAZÁBAL, Ana María. **Categorías en la traducción del lenguaje natural al algebraico de la matemática en contexto**. 2005. 140 f. (Tesis de Maestría en Ciencias en Matemática Educativa) - Centro de Investigación en Ciencia Aplicada y Tecnología Avanzada del Instituto Politécnico Nacional, México, 2005.

OTERO, María Rita; PAPINI, María Cecilia; ELICHIRIBEHETY, Inés. Las representaciones mentales y la enseñanza de las matemáticas. **Educación Matemática**, Ciudad de México, v.10, n. 3, p. 90-102, 1998.

PASK, Gordon. Problematic situations. **Cybernetic**, Virginia, v. 1, p. 79-87, 1985.

SCHOENFELD, Alan H. **Mathematical problem solving**. New York: Academic Press, 1985.

THOMAS, Noel D.; MULLIGAN, Joanne T.; GOLDIN, Gerald A. Children's representation and structural development of the counting sequence 1-100. **The Journal of Mathematical Behavior**, Burnaby, Canadá, v. 21, n. 1, p. 117-133, 2002.

TREJO, Elia Trejo; CAMARENA, Patricia; TREJO, Natalia Trejo. Proceso de construcción de representaciones mentales en la solución de un problema matemático contextualizado. **Revista Universo de la Tecnológica**, Xalisco, México, Año III, n. 10, Agosto/Noviembre, p. 17-20, 2011.

Revisores de línguas e ABNT/APA: *Gabriel Loureiro de Lima, Barbara Lutaif Bianchini e Eloiza Gomes*

Submetido em 11/04/2022

Aprovado em 02/11/2022

Licença *Creative Commons* – Atribuição NãoComercial 4.0 Internacional (CC BY-NC 4.0)